

# ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Ι

ΕΠΑ.Λ. Α' & Β'

3 ΙΟΥΝΟΥ 2014

ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ

## ΘΕΜΑ Α

**A1.** Δίνεται μία συνάρτηση  $f : [α,β] \rightarrow \mathbb{R}$ . Να δώσετε τον ορισμό της συνέχειας της  $f$  στο διάστημα  $[α,β]$ .

**Μονάδες 6**

**A2.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή ή τη λέξη **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

**α)** Αν η  $f$  είναι συνεχής στο  $[α, β]$  και η  $F$  είναι μία παράγουσα της  $f$ , τότε ισχύει:

$$\int_{\alpha}^{\beta} f(x) dx = F(\beta) - F(\alpha)$$

(Μον. 2)

**β)** Το εύρος των τιμών μιας μεταβλητής δεν επηρεάζεται από τις ακραίες τιμές της.

(Μον. 2)

**γ)** Αν η συνάρτηση  $f$  είναι παραγωγίσιμη στο  $\mathbb{R}$  και  $c \in \mathbb{R}$  μία σταθερά, τότε ισχύει:

$$(c \cdot f)'(x) = f'(x) + c$$

(Μον. 2)

**δ)**  $(x^a)' = a \cdot x^{a-1}$ ,  $x > 0$ ,  $a \in \mathbb{R}^*$ .

(Μον. 2)

**ε)** Αν η  $f$  είναι συνεχής στο  $[α,β]$ , τότε ισχύει:

$$\int_{\alpha}^{\beta} f(x) dx = - \int_{\beta}^{\alpha} f(x) dx$$

(Μον. 2)

**Μονάδες 10**

**A3.** Να μεταφέρετε και να συμπληρώσετε στο τετράδιό σας τις παρακάτω ιδιότητες:

**α)** Αν οι συναρτήσεις  $f, g$  είναι παραγωγίσιμες στο  $\mathbb{R}$ , τότε:  $(f - g)'(x) = \dots$

(Μον. 3)

**β)**  $\int_{\alpha}^{\beta} \sin x dx = \dots$

(Μον. 3)

**γ)** Αν  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \ell$ ,  $\ell \in \mathbb{R}$ , τότε  $\lim_{x \rightarrow x_0} |f(x)| = \dots$

(Μον. 3)

**Μονάδες 9**

## ΘΕΜΑ Β

Δίνεται η συνεχής συνάρτηση  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , για την οποία ισχύει:  $x \cdot f(x) - 2 \cdot f(x) = x^2 - 4$  για κάθε  $x \in \mathbb{R}$ .

**B1.** Να δείξετε ότι:  $f(x) = \frac{x^2 - 4}{x - 2}$ , για  $x \neq 2$ .

Μονάδες 7

**B2.** Να βρείτε το  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2}$ .

Μονάδες 9

**B3.** Να βρείτε το  $f(2)$ .

Μονάδες 9

## ΘΕΜΑ Γ

Στον παρακάτω πίνακα παρουσιάζονται οι ηλικίες των υπαλλήλων μίας εταιρείας:

A/A	Ηλικίες υπαλλήλων	Συχνότητα (αριθμός υπαλλήλων) $v_i$	Κέντρο κλάσης $x_i$	$x_i \cdot v_i$	Σχετική συχνότητα $f_i \%$
1 <sup>η</sup> κλάση	[25, 35)	100			
2 <sup>η</sup> κλάση	[35, 45)	50			
3 <sup>η</sup> κλάση	[45, 55)	40			
4 <sup>η</sup> κλάση	[55, 65)	10			
<b>ΣΥΝΟΛΑ</b>		$v = 200$			

**Γ1.** Να μεταφέρετε στο τετράδιό σας τον παραπάνω πίνακα και να τον συμπληρώσετε.

Μονάδες 7

**Γ2.** Να υπολογίσετε τη μέση ηλικία των υπαλλήλων.

Μονάδες 5

**Γ3.** Να υπολογίσετε το ποσοστό των υπαλλήλων που έχουν ηλικία τουλάχιστον σαράντα πέντε (45) ετών.

Μονάδες 4

**Γ4.** Από την εταιρεία αποχωρούν πέντε (5) υπάλληλοι της 4ης κλάσης, πέντε (5) υπάλληλοι της 2ης κλάσης και ταυτόχρονα προσλαμβάνονται δέκα (10) υπάλληλοι με ηλικίες στην 1η κλάση. Να υπολογίσετε τη νέα μέση τιμή της ηλικίας των υπαλλήλων.

Μονάδες 9

### ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = e^x \cdot (x - 1)$ ,  $x \in \mathbb{R}$ .

**Δ1.** Να αποδείξετε ότι:  $f'(x) = f(x) + e^x$ .

**Μονάδες 6**

**Δ2.** Να μελετήσετε τη συνάρτηση  $f$  ως προς τη μονοτονία και να βρείτε τα τοπικά της ακρότατα.

**Μονάδες 9**

**Δ3.** Αν  $g(x) = f(x) + e^x$ ,  $x \in \mathbb{R}$ , να υπολογίσετε το εμβαδόν του χωρίου που περικλείεται από τη γραφική παράσταση της συνάρτησης  $g$ , τον άξονα  $x$  και τις ευθείες με εξισώσεις  $x = -1$  και  $x = 1$ .

**Μονάδες 10**